Aufgaben

1. Ist die Funktion $f(x) = \frac{x^2}{8 \cdot \cos(x)}$ symmetrisch zur y-Achse?
2. Prüfen Sie die Funktion $f(x) = x \cdot \cos(x)$ auf Punktsymmetrie zum Ursprung.
3. Begründen Sie, dass Funktion $f(x) = \sin(x-2) + 3$ punktsymmetrisch zum Punkt $P(2|3)$ ist.
4. Überprüfe, ob $f(x) = 4 \cdot e^{-0{,}25 \cdot (x^2 - 6x + 9)} \cdot \cos(x-3)$ achsensymmetrisch ist zur Achse $x = 3$.

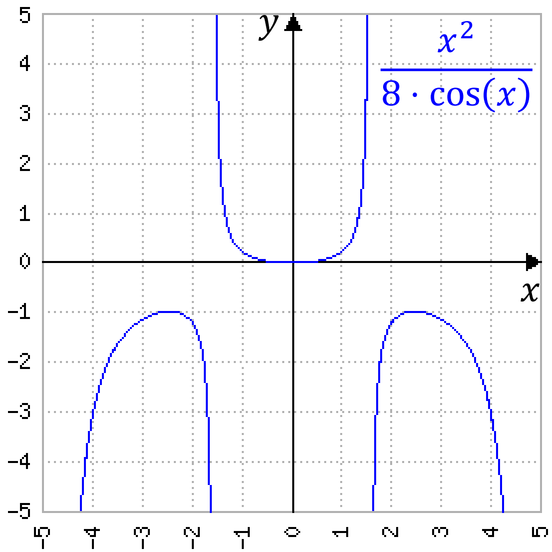
$$f(x) = \frac{x^2}{8 \cdot \cos(x)}$$

Lösung Aufgabe 1

Es gilt $f(-x) = \frac{(-x)^2}{8 \cdot \cos(-x)}$.

Da $\cos(x)$ symmetrisch zur y-Achse ist, gilt $\cos(-x) = \cos(x)$. Zusammen mit $(-x)^2 = x^2$ erhält man:

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{8 \cdot \cos(-x)} = \frac{x^2}{8 \cdot \cos(x)} = f(x).$$



Ergebnis: $f(x)$ ist symmetrisch zur y-Achse.

Lösung Aufgabe 2

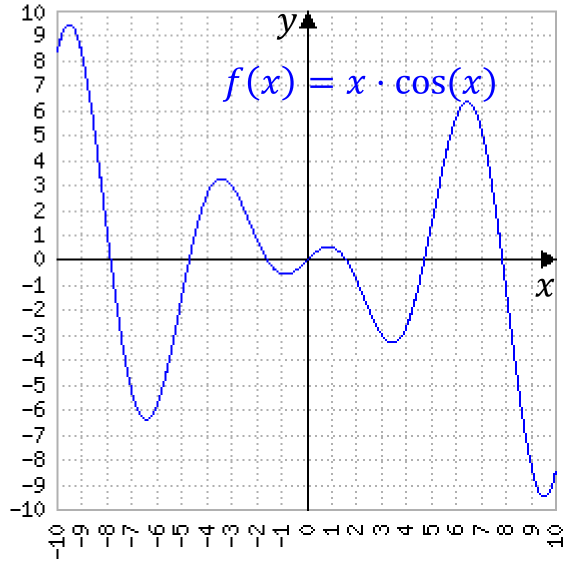
Es gilt

$f(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) = -x\cos(x)$.

Beachte, dass $\cos(-x) = \cos(x)$ ist.

Außerdem gilt $-f(x) = -x \cdot \cos(x)$.

Wie man sieht ist $f(-x) = -f(x)$.



Ergebnis: $f(x)$ ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

Lösung Aufgabe 3

Durch Verschieben der Sinus-Funktion um 2 Einheiten nach rechts und um 3 Einheiten nach oben erhält man den Funktionsterm $f(x) = \sin(x-2)+3$.

Da die Sinus-Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung ist, muss $f(x)$ punktsymmetrisch zum Punkt $P(2|3)$ sein.

Lösung Aufgabe 4

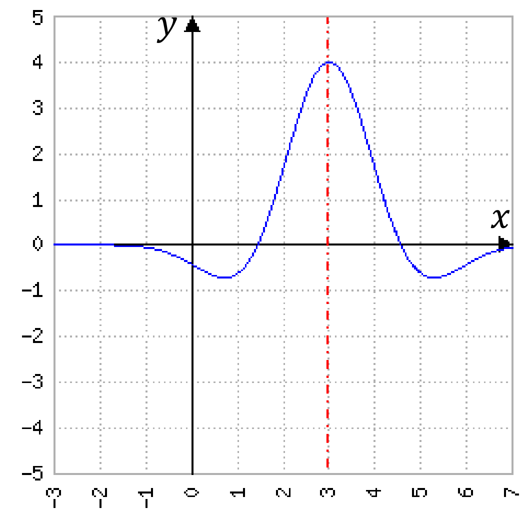
$f(x) = 4e^{-0{,}25\cdot(x^2-6x+9)}\cos(x-3) = 4e^{-0{,}25\cdot(x-3)^2}\cos(x-3)$

Verschiebung um 3 nach links (also in die y-Achse) liefert:

$g(x) = f(x+3) = 4e^{-0{,}25x^2}\cos(x)$. Nun ist

$g(-x) = 4e^{-0{,}25\cdot(-x)^2}\cos(-x) = 4e^{-0{,}25x^2}\cos(x) = g(x)$

Das bedeutet, dass $g(x)$ symmetrisch zur y-Achse ist und somit ist $f(x)$ achsen-Symmetrisch zur Achse $x = 3$.



$f(x) = 4e^{-0{,}25\cdot(x^2-6x+9)}\cos(x-3)$